

---

# Lezioni di Ricerca Operativa

Massimo Paolucci

Dipartimento di Informatica, Sistemistica e Telematica  
(DIST)

Università di Genova

paolucci@dist.unige.it

<http://www.dattero.dist.unige.it>

Anno accademico 2000/2001

---

---

# La Ricerca Operativa (Operation Research)

- ✍️ Metodi matematici rivolti alla soluzione di problemi decisionali
- ✍️ Nata durante la seconda guerra mondiale (gestione di risorse limitate e problemi logistici)
- ✍️ Si è sviluppata grazie alla disponibilità di strumenti automatici di calcolo (computer)
- ✍️ Scopo: determinare la decisione ottima dato un problema in presenza di risorse limitate
- ✍️ I problemi reali vengono affrontati definendone una rappresentazione quantitativa (modello matematico)
- ✍️ La soluzione dei problemi è cercata per mezzo di tecniche (algoritmi) di ottimizzazione
- ✍️ Applicazioni:
  - ✍️ Problemi logistici della produzione
  - ✍️ Problemi decisionali di tipo economico
  - ✍️ Problemi di gestione operativa
  - ✍️ ...

---

## Esempi di applicazioni:

- ✍ Problemi logistici della produzione
  - ✍ Pianificazione della produzione
  - ✍ Controllo delle scorte
  - ✍ Scheduling
  - ✍ Trasporto
  
- ✍ Problemi decisionali di tipo economico
  - ✍ Allocazione di capitali
  - ✍ Acquisto/Produzione di beni
  
- ✍ Problemi di gestione operativa
  - ✍ Definizione dei turni di lavoro
  - ✍ Definizione delle rotte di mezzi di trasporto
  - ✍ Facility location
  - ✍ Gestione ottima di risorse idriche
  - ✍ Ottimizzazione di politiche di controllo
  - ✍ Gestione ottima di aree di carico/scarico
  - ✍ Problemi in reti di comunicazione e distribuzione

---

## Formulazione dei problemi decisionali

- ✍ Decisione: processo di selezione tra più alternative
- ✍ Alternative finite o infinite
- ✍ Alternative definite esplicitamente o implicitamente
- ✍ Scelta sulla base di uno o più criteri (obiettivi)
- ✍ Condizioni di certezza, incertezza o rischio

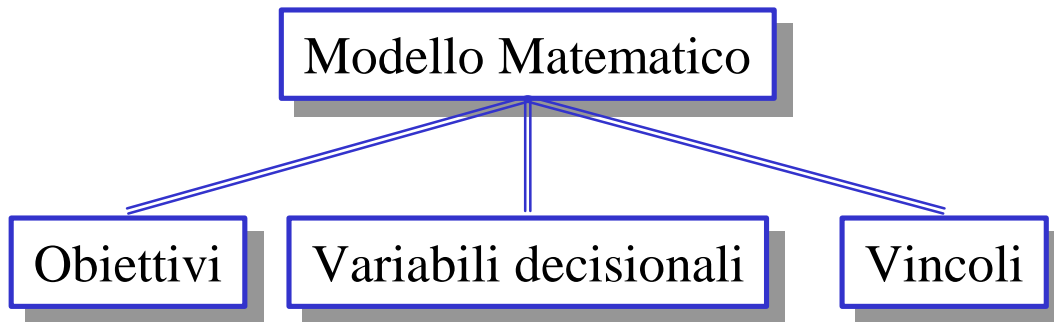


**Problema fondamentale della Ricerca Operativa:**

identificare un modello matematico con cui studiare in modo sistematico il problema decisionale

---

## Struttura del problema di decisione



Caratteristiche dei problemi che saranno considerati:

- ✍ Condizioni di certezza (problemi deterministici)
- ✍ Presenza di un solo criterio (singolo obiettivo)
  
- ✍ Per risolvere i problemi decisionali sono usati **algoritmi**
- ✍ Un algoritmo è una procedura iterativa costituita da un numero finito di passi
- ✍ Esistono problemi facili (pochi) e difficili
- ✍ La facilità di un problema è legata all'esistenza di un algoritmo di soluzione efficiente

---

Un esempio: Assegnare 70 lavori a 70 persone.

- ✍ Si indichino con  $i=1,\dots,70$  i lavori e con  $j=1,\dots,70$  le persone.
- ✍ Se la  $i$ -esima persona esegue il  $j$ -esimo lavoro si paga un costo  $c_{ij}$ .
- ✍ Una persona può eseguire solo un lavoro (vincolo)
- ✍ Ogni lavoro deve essere eseguito (vincolo)
- ✍ Lo scopo (decisione) è stabilire chi fa che cosa in modo che il costo pagato sia minimo (obiettivo).

Un possibile algoritmo di soluzione (*Brute Force*):

- 1) costruire tutte le possibili assegnazioni persone-lavori e calcolarne il costo
- 2) scegliere l'assegnazione con il costo più piccolo

Le assegnazioni alternative sono  $70!$  (le permutazioni di 70 numeri)

Persone	1	2		70	Persone	1	2		70
Lavori	1	2		70	Lavori	2	1		70

Il numero delle assegnazioni alternative è molto grande

$$70! \approx 10^{100}$$

---

Si supponga di disporre di un calcolatore che è in grado di calcolare  $10^6$  assegnazioni alternative (soluzioni) al secondo.

Quanto impiega l'algoritmo a risolvere il problema?

Supponendo di dover "esplorare"  $10^{100}$  assegnazioni sono necessari  $10^{94}$  secondi.

In un anno ci sono:

$365(\text{gg}) \times 24(\text{h}) \times 60(\text{min}) \times 60(\text{sec}) \approx 31,5 \times 10^6 \approx 10^7 \text{ sec}$

Per risolvere il problema sono necessari  $10^{87}$  anni !

Il Big Bang (data di inizio dell'Universo)  
è avvenuto circa  $15 \times 10^9$  anni fa!

...ma se si disponesse di un calcolatore 1000 volte più veloce?

...si impiegherebbero  $10^{84}$  anni.

...e se si usassero  $10^9$  calcolatori in parallelo?

...si impiegherebbero  $10^{75}$  anni.

---

## Conclusioni:

- ✍ L'algoritmo Brute Force non è efficiente!
- ✍ Se questo fosse l'unico algoritmo utilizzabile per il problema dell'assegnazione persone-lavori, il problema sarebbe difficile
- ✍ La soluzione ottima dei problemi difficili può essere trovata solo per casi di ridotte dimensioni
  
- ✍ I problemi in cui la scelta è tra un numero finito di alternative (le variabili decisionali possono assumere solo un numero discreto di valori) si dicono combinatorici.
  
- ✍ La teoria della complessità è una parte della Ricerca Operativa che studia la difficoltà della soluzione dei problemi.
  
- ✍ Conoscere che un problema è difficile permette la scelta di un appropriato algoritmo:
  - ✍ Algoritmi esatti basati sull'enumerazione esplicita delle soluzioni
  - ✍ Algoritmi esatti basati sull'enumerazione implicita delle soluzioni
  - ✍ Algoritmi approssimati
  - ✍ Algoritmi euristici

---

# Argomenti del corso

- ✍ Programmazione Matematica
  - ✍ Lineare
    - ✍ A variabili continue (PL)
      - ✍ L'algoritmo del simplesso
      - ✍ Teoria della dualità
      - ✍ L'analisi di sensitività della soluzione
      - ✍ Esempi e formulazioni
    - ✍ A variabili intere (PLI)
      - ✍ Formulazione di problemi combinatorici
      - ✍ Metodi generali di soluzione
        - Metodo dei piani di taglio
        - Metodo del Branch and Bound
  - ✍ Teoria dei Grafi
    - ✍ Definizioni fondamentali
    - ✍ Problemi di ottimizzazione sui grafi (Minimum Spanning Tree, Shortest Path, TSP)
  - ✍ Teoria della Complessità
    - ✍ Definizioni fondamentali